



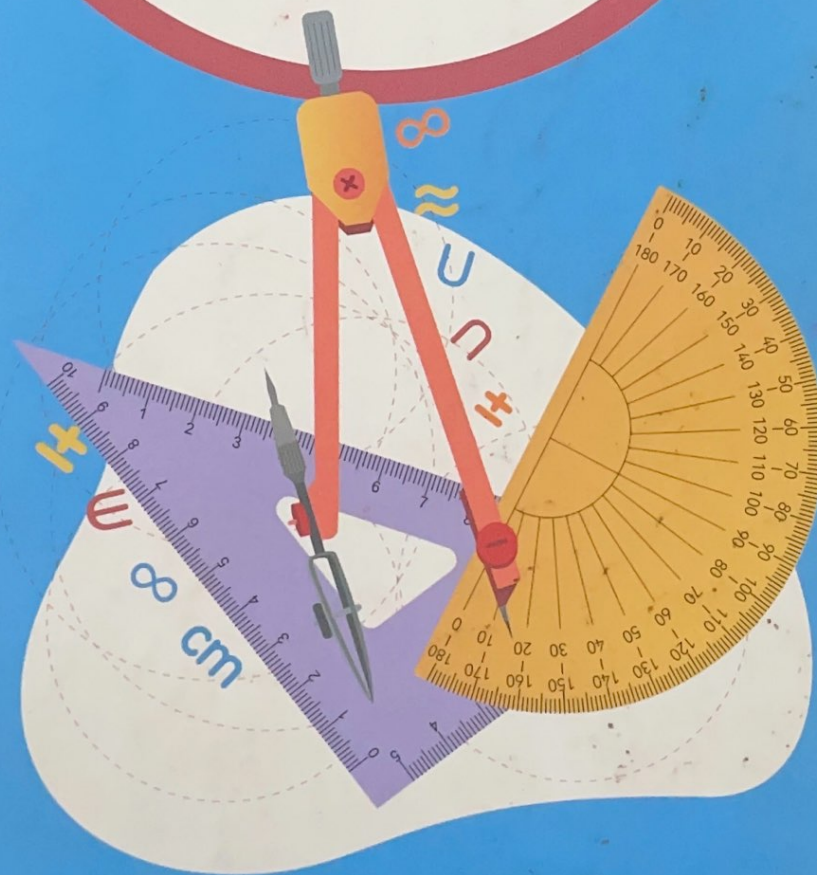
“十四五”职业教育国家规划教材
(中等职业学校公共基础课程教材)

数 学

基础模块（上册）

（修订版）

高等教育出版社 教材发展研究所 组编



高等教育出版社

对任意实数 x , 都有 $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \geq 0$, 所以

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0.$$

故 $2x^2 - x > x^2 + 2x - 3$.



探究与发现

设 a, b 均为实数, 试比较 $a^2 + b^2 - ab$ 与 ab 的大小.



练习 2.1.1

1. 比较下列各组实数的大小.

(1) $\frac{4}{5}$ 与 $\frac{7}{9}$; (2) $\frac{5}{8}$ 与 $\frac{2}{3}$; (3) $\frac{6}{7}$ 与 0.83 .

2. 若 $a > b$, 比较 $2a - 1$ 与 $2b - 1$ 的大小.

3. 比较 $x^2 - 1$ 与 $2x^2 + 3$ 的大小.

4. 比较 $x^2 - x$ 与 $x - 2$ 的大小.



2.1.2 不等式的性质



情境与问题

比较两个实数大小的作差比较法为研究不等关系奠定了基础. 那么, 如何用这个方法研究不等式的性质呢?

在义务教育阶段, 我们学习过不等式的性质,

性质 1 如果 $a > b$, 那么 $a + c > b + c$.

我们可以利用作差比较法证明性质 1.

由 $a > b$, 得 $a - b > 0$, 于是

$$(a+c) - (b+c) = a+c-b-c = a-b > 0,$$

所以

$$a+c > b+c.$$

也可以借助数轴来看性质 1, 如图 2-3 所示, 实数 a, b 在数轴上分别对应点 A 和点 B , $a+c$ 和 $b+c$ 在数轴上分别对应点 A' 和点 B' . 当 $c > 0$ 时, 点 A 和点 B 同时向右平移 c 个单位, 即可到达点 A' 和点 B' 的位置; 当 $c < 0$ 时, 点 A 和点 B 同时向左平移 $|c|$ 个单位, 即可到达点 A' 和点 B' 的位置.

显然, 两种情况中, 点 A' 和点 B' 的相对位置与点 A 和点 B 的情况相同.

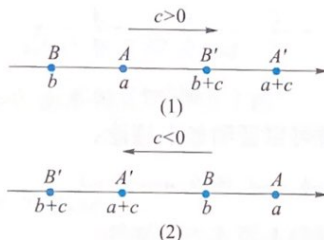


图 2-3

性质 1 表明, 不等式两边同时加上(或减去)同一个数(或代数式), 不等号的方向不变. 因此性质 1 也称为不等式的加法法则.

利用不等式的加法法则, 容易证明:

如果 $a+b > c$, 那么 $a > c-b$.

这表明, 不等式的任何一项可以从不等式的一边移到另一边, 但同时要改变符号. 这条结论也称为移项法则.

性质 2 如果 $a > b, c > 0$, 那么 $ac > bc$;

如果 $a > b, c < 0$, 那么 $ac < bc$.

性质 2 表明, 不等式两边同时乘(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变; 不等式两边同时乘(或除以)同一个负数, 不等号的方向改变.

性质 2 也称为不等式的乘法法则.

在性质 1 和性质 2 的基础上, 我们进一步学习不等式的其他

试一试



用作差比较法证明
性质 2.

性质.

性质 3 如果 $a > b, b > c$, 那么 $a > c$.

证明 由 $a > b, b > c$, 得

$$a - b > 0, b - c > 0,$$

所以

$$a - c = a - b + b - c = (a - b) + (b - c) > 0,$$

由此得 $a > c$.

性质 3 称为不等式的**传递性**.

我们也可以借助数轴来看不等式的传递性. 如图 2-4 所示, 对实数 a, b 和 c , 它们在数轴上分别对应点 A 、点 B 和点 C , 因为 $a > b$, 以点 A 在点 B 的右边, 又因为 $b > c$, 所以点 B 在点 C 的右边, 因此, 三个点从左到右依次为点 C 、点 B 和点 A , 即 $a > b > c$.



图 2-4

利用已有的性质可以证明如下结论:

性质 4 如果 $a > b, c > d$, 那么 $a + c > b + d$.

性质 4 也称为**同向不等式的可加性**.

证明 因为 $a > b, c > d$, 由性质 1, 得

$$a + c > b + c, b + c > b + d,$$

由性质 3, 得

$$a + c > b + d.$$

典型例题

例 4 用符号“ $>$ ”或“ $<$ ”填空, 并说明理由.

(1) 如果 $a < b$, 那么 $a - 5$ _____ $b - 5$;

(2) 如果 $a > b$, 那么 $a + 4$ _____ $b + 2$;

(3) 如果 $a < b$, 那么 $\frac{a}{2}$ _____ $\frac{b}{2}$;

(4) 如果 $a > b$, 那么 $3a - 2$ _____ $3b - 3$.

解 (1) 根据不等式的性质 1, 不等式 $a < b$ 两边同时减去 5, 不等号方向不变, 即

$$a-5 < b-5;$$

(2) 根据不等式的性质 4, 因为 $a > b$ 且 $4 > 2$, 所以 $a+4 > b+2$;

(3) 根据不等式的性质 2, 不等式 $a < b$ 两边同时除以 -2, 不等号方向改变, 即

$$-\frac{a}{2} > -\frac{b}{2};$$

(4) 根据不等式的性质 2, 不等式两边同时乘 3, 不等号方向不变, 即

$$3a > 3b,$$

再根据不等式的性质 4, 可以得到

$$3a-2 > 3b-3.$$

例 5 若 $a > b > 0, c > d > 0$, 试证明 $ac > bd$.

解 因为 $a > b, c > 0$, 由不等式的性质 2 得

$$ac > bc.$$

同理, 由 $c > d, b > 0$, 得

$$bc > bd.$$

因此, 由不等式的性质 3 可得 $ac > bd$.

例 6 如果代数式 $6x+7$ 与代数式 $3x-5$ 的差不大于 2, 求 x 的取值范围.

解 由题可知

$$(6x+7)-(3x-5) \leq 2,$$

化简得

$$3x+12 \leq 2,$$

因此

$$3x \leq 2-12,$$

故

$$x \leq -\frac{10}{3}.$$

所以 x 的取值范围是 $\left\{x \mid x \leq -\frac{10}{3}\right\}$.

读一读



第(2)小题也可以根据不等式的性质 1 和性质 3, 由 $a+4 > b+4 > b+2$ 得到.

读一读



例 5 也是不等式的性质之一: 两边都是正数的同向不等式, 两边分别相乘, 所得到的不等式与原不等式同向.



探究与发现

如果 $a > b, c > d$, 是否有“ $a - c > b - d$ ”成立呢? 如果成立, 请说明理由; 否则, 请举出反例.



练习 2.1.2

1. 已知 $a > b$, 用符号“ $>$ ”或“ $<$ ”填空.

(1) $a + 1$ _____ $b + 1$; (2) $-5a$ _____ $-5b$;

(3) $3a + 3$ _____ $3b + 2$.

2. 判断下列结论是否正确, 并说明理由.

(1) 如果 $a < b$ 且 $b < c$, 那么 $a < c$;

(2) 如果 $a > b$, 那么 $a^2 > b^2$;

(3) 若 $a > b$ 且 $c < d$, 则 $a + c > b + d$.

3. 若代数式 $3x - 5$ 与代数式 $x + 2$ 的差不小于 3, 求 x 的取值范围.



习题 2.1

A

知识巩固

1. 判断下列结论是否正确, 并说明理由.

(1) 如果 $a > b, c \in \mathbf{R}$, 那么 $ac > bc$;

(2) 如果 $ac > bc$, 那么 $a > b$;

(3) 如果 $a > b$, 那么 $2a + 5 > 2b + 3$;

(4) 如果 $a > b$ 且 $c < d$, 那么 $a - c > b - d$.

2. 用符号“ $>$ ”或“ $<$ ”填空.

(1) $\frac{7}{8}$ _____ $\frac{8}{9}$, $\frac{4\pi}{5}$ _____ $\frac{2\pi}{3}$;

(2) 如果 $a > b$, 那么,

$a - 2$ _____ $b - 2$, $a + 3$ _____ $b + 2$, $2a + 1$ _____ $2b + 1$,

$-a + 2$ _____ $-b + 2$.